

3. FACTORIZACIÓN

Factorizar un polinomio es expresarlo como un producto de dos o más polinomios. En este documento, se explicarán algunos casos de factorización.

3.1. FACTOR COMÚN: El factor común de un polinomio es el máximo común divisor de los coeficientes, multiplicado por las variables comunes elevadas al menor exponente con que aparezcan en el polinomio. Ejemplo:

Factorizar: $4x^2y + 8x^4z$

- | | |
|--|---|
| 1. Calcular máximo común divisor. Los coeficientes son 4 y 8, por tanto el máximo común divisor es 4 y la única variable común es x y el menor exponente con que ésta aparece en el polinomio es 2, por lo tanto el factor común es $4x^2$. | $4x^2$ |
| 2. Dividir cada uno de los términos de la expresión entre el máximo común divisor . | $\frac{4x^2y}{4x^2} + \frac{8x^4z}{4x^2}$ |
| 3. Expresarlo como el producto de dos o más polinomios (factorizar) | $4x^2 (y + 2x^2 z)$ (Resultado) |

3.2. AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS: Se aplica la propiedad distributiva del producto respecto de la suma:

$$(a + b) (c + d) = (a + b) (c) + (a + b) (d)$$

$$= ac + bc + ad + bd.$$

Observar que el lado derecho de la primera igualdad, (a+b) es un factor común en los términos. La idea es buscar una agrupación de los términos del polinomio $ac + bc + ad + bd$ que permita extraerlo y, de esta forma, factorizar: $ac + bc + ad + bd = (a + b) (c + d)$

Ejemplo: Factorizar: $6x^2y^2 + 4y^3 + 10y + 15x^2$

- | | |
|--|---|
| 1. Agrupar términos del polinomio. | $6x^2y^2 + 4y^3 + 10y + 15x^2 = (6x^2y^2 + 15x^2) + (4y^3 + 10y)$ |
| 2. Extraer factor común de las agrupaciones. | $= 3x^2 (2y^2 + 5) + 2y (2y^2 + 5)$ |
| 3. Expresarlo como el producto de dos o más polinomios (factorizar). | $(2y^2 + 5) (3x^2 + 2y)$ (Resultado) |

3.3. DIFERENCIA DE CUADRADOS: Se factoriza como una multiplicación de binomios conjugados. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Ejemplo: Factorizar: $m^2 - n^2$

- Se obtiene la raíz cuadrada de cada término. $\star m^2 = m$ y $\star n^2 = n$
- Expresarlo como el producto de dos o más polinomios (factorizar), donde el primer factor es la suma de las raíces cuadradas y el segundo, la diferencia o viceversa. $(m + n)(m - n)$

3.4. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO: Se factoriza como un binomio elevado al cuadrado. Se puede reconocer de la siguiente forma:

- Dos de sus términos deben ser el cuadrado de monomios, es decir, términos cuadrados exactos.
- El doble producto de las raíces cuadradas de los términos cuadrados exactos es, excepto por el signo, igual que el tercer término.

Ejemplo: Factorizar: $x^2 - 6x + 9$

- Verificar si dos términos tienen raíces cuadradas exactas. $\star x^2 = x$ y $\star 9 = 3$
- Verificar si uno de los términos es el doble de las raíces cuadradas de los otros dos términos, sin importar el signo. $2(x)(3) = 6x$
- Verificada que la expresión si cumple con los requerimientos para ser factorizada como trinomio cuadrado perfecto, se factoriza como un binomio al cuadrado. Si el signo del término que no tiene raíz cuadrada es positivo, se factoriza como la suma de dichas raíces al cuadrado y si es negativo, se factoriza como la diferencia de las raíces al cuadrado. $(x - 3)^2$

3.5. TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$: Se factorizan como un producto de dos binomios con un término común. El coeficiente del término cuadrático siempre es igual a 1.

$$x^2 + (g + h)x + gh \quad \text{dónde: } b = (g+h) \text{ y } c = gh$$

Ejemplo: Factorizar: $x^2 - 2x - 15$

- Identificar el término común de los binomios, en este caso es x. $x^2 - 2x - 15$
- Buscar una pareja de números (**g** y **h**) cuyo producto (gh) sea igual al término independiente **c** (término que no tiene variable), y cuya suma (g+h) sea el coeficiente del término **b**. $gh = -15$
 $(g+h) = -2$
El número -15 se puede descomponer en factores como -15 y 1; ó 3 y -5.
La pareja de números que cumple con las condiciones anteriores es 3 y -5.
 $(3)(-5) = -15$
 $(3+(-5)) = -2$
- Factorizar. El primer elemento de los binomios es la raíz cuadrada del término en x^2 . La pareja de números obtenidos son los términos no comunes de los binomios. $(x - 5)(x + 3)$ (Resultado)

❖ EJERCICIOS

- Factorizar las siguientes expresiones:

1. $4x^9 - 8x^2 =$

2. $ab + 2a + 3b + 6 =$

3. $x^2 + 10x + 25 =$

4. $x^{16} - 1 =$

5. $x^2 - 5x - 24 =$

6. $x^2 - x - 2 =$

7. $11x^4y^2 + 33x^3y^3 - 77x^2y^2 =$

8. $5a + 5b + za + zb =$

9. $2xy + xyz + 2z + z^2 =$

10. $t^4 + t^3h^2 + th^3 + h^5 =$

11. $30b^4x - 15b^3xyz - 10b^3y + 5b^3yz =$

12. $x^2 - 1 =$

13. $x^4 - 1 =$

14. $x^4 - 16 =$

15. $1/16 - x^4 =$

16. $16x^4 - y^8 =$

17. $x^2 + 10x + 25 =$

18. $a^8 - 4a^4b^4 + 4b^8 =$

19. $49 - 42a + 9a^2 =$

20. $x^2 - 12x + 36 =$

21. $x^2a^2 + 2xa + 1 =$

22. $x^6/81 - 8/27x^3 + 16/9 =$

23. $x^2 + 3x + 2 =$

24. $x^2 - 11x + 24 =$

25. $x^2 - x - 2 =$

26. $x^2 - x - 12 =$